**SISTEMA PARA LA ADMINISTRACIÓN DE RIESGOS FINANCIEROS DE MERCADO, CRÉDITO Y LIQUIDEZ**

**ANEXO 3.1**

**METODOLOGÍAS DE RIESGO DE MERCADO**

Para estimar las métricas de riesgos el sistema deberá ser flexible en la parametrización y configuración de los siguientes parámetros:

* Nivel de confianza.
* Número de escenarios.
* Horizonte temporal.

1. **Riesgo de mercado**
2. **VaR Paramétrico Delta-Gama**

Este método utiliza el supuesto de que los rendimientos del portafolio se distribuyen de manera normal, los cuales se construyen considerando la siguiente fórmula:

Donde:

*: Rendimiento t-ésimo del factor de riesgo FR,*

*: Factor de riesgo FR en la fecha t, y*

*: Factor de riesgo FR en la fecha t-1.*

**Volatilidad de los Factores de Riesgo**

Esta metodología utiliza la volatilidad de los factores de riesgo para cada activo, calculando la desviación estándar de las pérdidas y ganancias de precios, tasas, sobretasas o tipos de cambio; según sea el caso con la siguiente fórmula.

Donde:

*: Volatilidad –desviación estándar- de los rendimientos del factor de riesgo FR;*

*: Número de rendimientos observados;*

*: Rendimiento t-ésimo del factor de riesgo FR para la fecha t.*

*: Valor esperado de los rendimientos del factor de riesgo FR, calculado como:*

*: Valor del decaimiento exponencial de parámetro , asignado para el tiempo t.*

**Decaimiento exponencial**

El decaimiento exponencial es una variable cuyo valor depende tanto del parámetro 𝜆 y el número de observación, la cual determina el peso que tendrá dentro de la volatilidad una cierta observación. Sobre 𝜆, podemos decir que es un número entre cero y uno que, entre más pequeño sea, mayor será la participación que tengan los datos más recientes.

Se define al decaimiento exponencial de parámetro 𝜆, como sigue:

Además, se requiere calcular la ***matriz de Varianzas y Covarianzas***, a partir de la *matriz de volatilidades*y dela*matriz de correlaciones:*

**Matriz de Volatilidades**

Denotada como , se trata de una matriz cuadrada en donde, tanto los renglones como las columnas, corresponden a los instrumentos financieros que componen al portafolio de inversión. Está compuesta por las volatilidades individuales de los activos; es decir, cada entrada corresponde a la desviación estándar del instrumento en cuestión; mientras que, las entradas , para cualquier 𝑖≠𝑗. Por ende, se forma la siguiente matriz diagonal:

**Matriz de Correlación**

Se representa como , al igual que la matriz de volatilidades, sus renglones y columnas corresponden a cada uno de los instrumentos del portafolio; sin embargo, en este caso, sus entradas son los valores del coeficiente de correlación de Pearson entre los rendimientos -o aproximaciones a los rendimientos vía delta-gamma, según sea el caso- del instrumento 𝑖 y el activo 𝑗. Entonces, su forma es la siguiente:

Así, la Matriz de Varianzas y Covarianzas, cuya notación es , será:

= ∗∗.

**Vector de Pesos en posición**

Si bien es cierto que todos los instrumentos aportan un cierto riesgo al portafolio, no todos contribuyen en la misma proporción. Para ello, se ponderará este hecho a través del vector de pesos en posición definido como:

Donde:

*porcentaje que se tiene invertido en el instrumento i y se debe satisfacer que , para cualquier i* ∈ *{1,2,…,}.*

**Volatilidad del Portafolio**

La volatilidad del portafolio estará dada por:

Donde:

*: Volatilidad del portafolio P,*

*: Vector de pesos en posición del portafolio P,*

*: Matriz de varianzas y covarianzas de los instrumentos del portafolio P, y*

*: Vector de pesos en posición transpuesto de portafolio P.*

**VaR Paramétrico Delta-Gamma del portafolio**

El VaR Paramétrico Delta-Gamma del portafolio se obtiene con la siguiente fórmula:

**22**

Donde:

*Valor en Riesgo en Porcentaje del Portafolio P,*

*: Volatilidad del Portafolio P.*

*HorizoForma

Descripción generada automáticamentente de tiempo,*

*: Función inversa de una variable aleatoria normal estándar, y*

*: Nivel de confianza.*

1. **Simulación histórica**

Método de matriz de diferencias:

Para las inversiones tercerizadas se deberá utilizar la matriz de diferencias de precios proporcionada por el proveedor de precios contratado por el Instituto.

Método de factores de riesgo:

Para el caso de los portafolios institucionales se deberá utilizar el método de factores de riesgo considerando los siguientes pasos:

Generar los últimos N valores de rendimientos diarios para cada una de las series de factores de riesgo.

Multiplicar las variaciones porcentuales de cada factor de riesgo, por el valor del mismo factor de riesgo en el día h, con lo cual se obtendrá una serie de “N” posibles valores de cada factor de riesgo.

**Factor de Riesgo**

**Variación**

**Observación Generada**

En cada escenario generado se reevalúa cada posición, con los valores obtenidos en el punto anterior, de esta manera se construyen series de valores simulados.

Con estos precios se construye la matriz de diferencias de precios de N x n, donde n es el número de activos que integran el Portafolio. En cada escenario se obtiene la pérdida o ganancia relacionada que corresponde a la diferencia entre el valor actual del Portafolio y el valor del Portafolio valuado con los niveles de los factores de riesgo simulados. El elemento (i, j) de esa matriz será el siguiente:

para *i*=1,2,...,N y *j*=1,2,...,n

Donde:

*Precio del activo j en el escenario i.*

*Precio del activo j en el día h.*

*Diferencia entre el precio del activo j en el escenario i y el precio del mismo activo en el día h.*

Una vez que se obtenga la matriz de diferencias de precios, de cualquiera de las dos formas antes mencionadas, se procederá a multiplicar dicha matriz por el vector que contiene el número de acciones o títulos de cada activo que integre el Portafolio. De esta manera, se obtendrá un vector de pérdidas y ganancias.

Donde:

*Número de acciones o títulos del activo j en el día h.*

*Pérdida o ganancia del valor del Portafolio en el escenario i para el Portafolio del día h.*

Posteriormente se ordenan los valores del vector de pérdidas y ganancias de menor a mayor, para obtener la cifra en la que se acumula el 1-% de los datos, considerando dos colas, misma que corresponderá al VaR de mercado del portafolio.

1. **Simulación Monte Carlo**
2. **Movimiento geométrico browniano**

La metodología Monte Carlo simula los precios de los factores de riesgo de acuerdo a un proceso estocástico determinado para la generación de múltiples escenarios independientes pero correlacionados con todos los demás factores de riesgo, en el horizonte de estimación definido.

La generación de escenarios Monte Carlo prospectivos debe incorporar la información actual de las cotizaciones de mercado, así como el comportamiento histórico de los factores de riesgo y las correlaciones entre ellos.

La metodología de Wiener supone que los factores de riesgo siguen un movimiento Browniano que se representa mediante la siguiente ecuación:



Donde:

*P: Valor del factor de riesgo*

*μ: Tasa de retorno esperada y σ la desviación estándar.*

*εt:*  *Choque aleatorio o ruido blanco, donde εt ~ N(0,1)*

*dt:*  *Intervalo de tiempo*

Este modelo se puede expresar en términos discretos de la siguiente forma:



La ecuación anterior muestra que ΔP/P se distribuye conforme a una normal con media y desviación estándar como sigue:



Generación de escenarios

Se define:



Donde;

*Pt : Valor del factor de riesgo en el tiempo t.*

A partir de la generación de “N” números aleatorios, estos se transforman en variables normales de acuerdo con la distribución de Z que se distribuye normalmente con los siguientes parámetros:



De tal manera que la variable se distribuye log normal, con media = 1.

Con el valor en escenarios de Z se obtiene el valor en escenarios del precio del factor al horizonte de estimación.



Para generar escenarios multivariados correlacionados para todos los factores de riesgo, se deberá utilizar la matriz de varianza – covarianza (Ω) de los factores y recurrir al método de la Factorización de *Cholesky* para descomponer la matriz (Ω) en dos matrices A y AT con el objetivo de crear una serie de rendimientos de los factores de mercado que modele los posibles cambios en el valor del portafolio y permita calcular la distribución de valores del mismo.

Se desea obtener una matriz *A,* tal que Ω = A AT, considerando la siguiente notación:

  

Donde:

 

*sij : Elemento del renglón i, columna j de la matriz Ω*

*aij : Elemento del renglón i, columna j de la matriz triangular A*

El algoritmo recursivo para hacerlo es el siguiente:

Para los elementos de la diagonal principal:



Para los elementos sobre la diagonal:

 j= i+1, i+2, …, n

Los demás elementos son cero.

Como resultado de este paso se obtiene una matriz triangular A.

Una vez descompuesta la matriz de varianza–covarianza se generan “n” números aleatorios para cada uno de los “k” factores de riesgo y se transforman en variables normales de acuerdo a la siguiente distribución:



Donde:

*σ2: Diagonal de la matriz Ω (elemento sii)*

*A : Descomposición de Cholesky de Ω (Ω = A AT)*

*t : Plazo de rebalanceo, horizonte de estimación*

Con el valor en escenarios multivariados de Z, se obtiene el valor en escenarios de cada factor de riesgo de acuerdo con:



Donde dado que  se distribuye lognormal con media 1, el promedio de los escenarios de cada factor de riesgo será el valor del escenario guía.

Con los valores en escenarios de los factores de riesgo, se vuelven a valuar todas las posiciones del portafolio de inversión para cada escenario de acuerdo con los algoritmos y fórmulas de valuación, resultando en “N” posibles valores del portafolio (y de cada posición) al plazo de rebalanceo.

1. **Modelo Black-Karasinski**

La metodología adoptada para tipos de cambio, renta variable e índices supone que los factores de riesgo siguen un movimiento Browniano Geométrico con Tendencia, cuya Ecuación Diferencia Estocástica (EDE) está dada por:

Donde:

*: Cambio en el valor del factor de riesgo.*

*: Tasa de retorno esperada.*

*: Parámetro de volatilidad instantánea,*

*: Proceso aleatorio con una distribución .*

Este modelo se puede expresar en términos discretos de la siguiente forma:

Donde:

*: Variable aleatoria con distribución normal estándar,*

*: Incremento de tiempo.*

A partir de la EDE se puede observar que presenta una distribución nomarl con media y varianza .

Utilizando el *Lema de Itô* sobre la EDE se demuestra que la solución con condición inicial está dada por:

En términos discretos la expresión anterior se reformula como sigue:

Mediante la simulación de se generan las simulaciones de de manera correlacionada para un horizonte .

1. **VaR condicional (CVaR)**

El Valor en Riesgo Condicional (CVaR, por sus siglas en inglés) con base en la siguiente expresión

Donde:

*: Valor en Riesgo Condicional con horizonte de un día, fecha de cálculo , nivel de confianza calculado usando una matriz de diferencias.*

*: Rendimiento asociado al escenario*

Nótese que esta definición de Valor en Riesgo Condicional sigue una metodología de simulación histórica.

1. **VaR de mercado contribucional**

Sea la matriz de las series de pérdidas y ganancias de escenarios para un portafolio de activos (generados a través de un proceso de simulación):

Sea el vector de la serie de pérdidas y ganancias de escenarios del portafolio.

De tal manera que:

Donde:

*: 1..*

*: 1..*

Sea el VaR del portafolio, para algún valor de k en 1<= <=.

La contribución al VaR del portafolio en términos absolutos de cada uno de los instrumentos estará determinada por:

Donde:

*: 1..*

La contribución al VaR del portafolio en términos relativos para cada uno de los instrumentos está determinada por:

Donde:

*: 1..*

De tal manera que:

1. **VaR de mercado incremental**

El VaR incremental re refiere al aumento o disminución, según sea el caso, del monto del VaR al incrementar en 1 punto base (0.01%) la posición del instrumento



Donde:

*IVAR: VaR incremental del instrumento i*

*Wi: Cantidad de dinero invertida en el instrumento i*

1. **VaR de mercado marginal**

El VaR Marginal se refiere al aumento o disminución, según sea el caso, del monto del VaR al eliminar el instrumento de la posición actual de la cartera. Por lo que si el VaR marginal es positivo quiere decir que el VaR actual disminuiría y si es negativo aumentaría. Se realiza a través de la técnica de sintetización de portafolios (aproximación lineal):

Donde:

*VaR margP: VaR marginal de cada posición*

1. **Medidas de riesgos**
2. **Duración *Macaulay***



Donde:

*j : Número de Flujo o número de cupón*

*d: Días transcurridos del cupón j*

*Nj: Plazo en días del cupón j*

*P: Precio del instrumento (suma del valor presente de los flujos)*

1. **Duración Modificada**

Donde:

*r: Tasa de rendimiento a vencimiento del instrumento*

*N: Plazo en días del cupón*

1. **Duración efectiva**

Si un bono tiene características especiales como: poder ser amortizado de forma anticipada, ser convertible, etcétera; se le puede calcular la medida de sensibilidad llamada duración efectiva. Para ésta, se supone que al variar las tasas de interés también variarán los flujos esperados. La duración efectiva es más fiable que la duración modificada para bonos con opcionalidad incorporada.

𝐷𝑒=𝑃(𝑖−Δ𝑅𝑎𝑡𝑒)−𝑃(𝑖+Δ𝑅𝑎𝑡𝑒)

2(Δ𝑅𝑎𝑡𝑒)𝑃(𝑖)

Donde:

*𝐷𝑒: Duración efectiva*

*𝑖: Tasa a la cual se valúa el activo*

*Δ𝑅𝑎𝑡𝑒: Cambio en la tasa*

*𝑃(𝑖): Precio del activo valuado con tasa 𝑖*

1. **Convexidad**

Donde:

*PV-: Precio del bono si la tasa disminuye x puntos base*

*PV+: Precio del bono si la tasa aumenta x puntos base*

*P0: Precio del bono*

*Curva: Cambio en la curva*

1. **Griegas de derivados**
2. **Delta**

Es la tasa de cambio en el precio de la opción con respecto a los movimientos del activo subyacente. La delta es muy útil en la cobertura en opciones y significa el equivalente en subyacentes que se necesita comprar o vender para cubrir una opción (cobertura delta neutral). En general:

Donde:

*: Delta*

*: Precio de una opción call*

*: Precio del subyacente*

1. **Gamma**

Sensibilidad de la delta respecto a cambios en el valor del subyacente. Es la segunda derivada del precio de la opción respecto al valor del subyacente.

Donde:

*: Gamma*

*: Valor del Portafolio de opciones*

*: Precio del subyacente*

1. **Theta**

Sensibilidad del precio de la opción respecto al plazo de vencimiento,

Donde:

*: Theta*

*: Valor de las opciones*

*: Plazo de vencimiento*

1. **Rho**

La Rho de un Portafolio de opciones representa la tasa de cambio del valor del portafolio con respecto a un cambio en la tasa de interés.

*Donde:*

*: Rho*

*: Valor del Portafolio de opciones*

*: Tasa de interés*

1. **Vega**

La Vega de un Portafolio de derivados, representa la tasa de cambio del valor del Portafolio con respecto a un cambio en la volatilidad del Subyacente.

*Donde:*

*: Vega*

*: Valor del Portafolio de opciones*

*: Volatilidad implícita*

1. **Beta**

La variabilidad en el rendimiento del portafolio en relación con el rendimiento del *Benchmark* establecido, se medirá con la beta. Para un activo financiero, la beta se calculará como el cociente entre la covarianza de la rentabilidad de la acción y el *Benchmark*, y la varianza de la rentabilidad de este último, con una muestra de los últimos “n” días hábiles de operación. La fórmula para su cálculo es:

Donde:

*Vector de rendimientos diarios del Benchmark*

*Vector de rendimientos diarios de la acción*

*Número de observaciones*

*Covarianza entre los rendimientos de la acción y el Benchmark*

*Varianza del IRT*

La beta del portafolio será entonces el promedio ponderado de las betas individuales que lo integran, la cual se obtendrá con la siguiente fórmula:

Donde:

*Beta del portafolio*

*Beta de la acción i*

*Peso de la acción i en el portafolio, sin considerar la posición en efectivo*

El cálculo de la beta del portafolio se obtendrá con el promedio ponderado de las betas de las acciones que cuenten con información suficiente para completar una ventana histórica de “n” observaciones. Cuando las series accionarias no cuenten con las observaciones requeridas, no se deberán considerar las betas de dichas series ni su valor de mercado en el cálculo de la beta del portafolio, hasta que la serie accionaria cuente con la información para completar una ventana histórica de “n” observaciones y se puedan considerar ventanas móviles de los últimos “n” días para calcular su beta individual.

1. **Matrices de volatilidades y correlaciones**

La matriz de volatilidades y correlaciones de los factores de riesgo se estima a través de técnicas de filtrado óptimo de series de tiempo que permiten obtener un estimado de la volatilidad de los cambios logarítmicos en los factores de riesgo, extrayendo los componentes permanentes y transitorios de la varianza y covarianza de los factores de riesgo.

Tradicionalmente, la varianza se calcula como el promedio de las desviaciones al cuadrado de los cambios logarítmicos y la covarianza como el promedio de la multiplicación de las desviaciones de los cambios logarítmicos de dos variables.

Bajo la metodología de filtrado de series de tiempo para el cálculo de volatilidades y correlaciones, se modelan y suavizan las series de las desviaciones cuadradas de los cambios logarítmicos ajustados por el tiempo, suponiendo que la media de los cambios logarítmicos es igual a cero.

Generalizando, para el cálculo tanto de volatilidades como correlaciones, se define la serie Yt como la multiplicación de los cambios logarítmicos (ajustados por tiempo) de los factores “i” y “j”.



Para todo factor de riesgo

*i : 1…K*

*j : 1…K*

Donde:

*Pit : es el valor del factor de riesgo i, en el tiempo t*

Las técnicas de filtrado óptimo de series de tiempo extraen el componente permanente y transitorio de las volatilidades y correlaciones de los factores de riesgo, resolviendo el siguiente problema:



Donde Yt es la serie conocida de n observaciones, y X t es la nueva serie suavizada, alrededor de la cual se resuelve el problema de optimización.

El parámetro “w” conocido como “varianza relativa” funciona como ponderador de los dos tipos de errores cuadrados a minimizar.

Si “w” es pequeño, el componente de “suavizamiento” dominará el problema de minimización resultando en una serie muy suavizada.

Si “w” toma valores grandes, la minimización de las desviaciones con respecto a la serie original dominará el problema y resultará una serie muy parecida a la original.

Las series suavizadas resultantes X t representan las series de volatilidades históricas (o de correlaciones históricas), lo cual permite generar una matriz de volatilidades y correlaciones para cada punto en el tiempo, siendo que los últimos datos de las k(k-1) series conformarán los elementos de la matriz actualizada de la última fecha de valuación.

Esta metodología permite aprovechar la información histórica contenida en toda la serie de datos, asignándole un peso relativo a cada punto, el cual se modela a través de un solo parámetro: la varianza relativa.

1. **Pruebas de estrés**
2. **Pruebas de estrés por factor de riesgo**

Se deberán considerar al menos los siguientes factores de riesgo, ya sea que estén correlacionados o no:

* Tasas de interés, incluyendo sobretasas.
* Tipo de cambio.
* Superficies de volatilidades.
* Precio de acciones

Para la generación de la prueba, se deben considerar dos tipos de escenarios:

* Escenarios de crisis con impacto acumulado: considerar las variaciones de todos los factores de riesgo desde el inicio hasta el final del periodo de crisis.
* Escenarios de crisis con impacto del peor evento: considerar la variación diaria de mayor impacto para todos los factores de riesgo sin importar el día de ocurrencia dentro del periodo de la crisis.

1. **Escenarios históricos:**

Las pruebas de estrés son una técnica utilizada que permite determinar la reacción de un portafolio ante diferentes escenarios hipotéticos de crisis financieras y ayudan a examinar la estabilidad de un portafolio de inversión ante situaciones de riesgo ya conocidas. Las Pruebas de Estrés con escenarios históricos son útiles también en virtud de que permiten un análisis basado en eventos que son conocidos y de fácil interpretación.

Al menos se deberán considerar las siguientes crisis históricas: Mexicana, Asiática, Rusa, 11 de septiembre, Lehman Brothers y COVID-19.

1. **Sensibilidades a los diferentes factores de riesgo**

* **Simulación de escenarios (*What if scenario*)**
* Este modelo consistirá simplemente en suponer que la composición del portafolio por factor de riesgo o tipo de instrumento podrían registrar cambios supuestos por el usuario.

El procedimiento para estimar el riesgo en este escenario será el siguiente:

Se deberán elegir el factore de riesgo o el tipo de instrumento, así como la magnitud de los cambios, la cual se deberá ingresar en puntos base, porcentajes o puntos porcentuales.

Con base en los supuestos se estima el nuevo valor de mercado (

Por último, se estimarán las pérdidas o ganancias (P&L) de cada escenario como la diferencia entre el nuevo valor de mercado y valor actual del portafolio, es decir:

* Este modelo también supone que se podrán Impactar las curvas utilizadas para la valuación de los instrumentos con lo cual se genera un nuevo precio; o bien, se deberán impactar las curvas utilizadas para la valuación de los instrumentos en plazos o nodos específicos, en ambos casos se revalúan los instrumentos de la cartera, generando los precios sensibilizados.
* **PV01**

El valor presente de un punto base (PV01 por sus siglas en inglés) es el valor de la pérdida o ganancia de un instrumento ante el cambio de un punto base en la tasa de descuento.

𝑃𝑉01=𝑃(𝑖+1𝑏𝑝)−𝑃(𝑖)

Donde:

𝑃(𝑖+1𝑏𝑝): Precio del instrumento valuado a tasa 𝑖+1𝑏𝑝

𝑃(𝑖): Precio del instrumento valuado a tasa 𝑖

1. **Pruebas retrospectivas (*Backtesting*)**

Sea la variable aleatoria que modela las pérdidas y ganancias entre el día y yel valor en riesgo estimado con nivel de confianza , bajo la metodología con un horizonte .

A continuación, se elabora la prueba de Kupiec que permite comparar periódicamente las estimaciones de la exposición al riesgo contra los resultados efectivamente observados.

Prueba Kupiec

Sea el nivel de confianza del y . Se considera el periodo de prueba con *T* observaciones para contrastar las siguientes hipótesis

Se define el estadístico como una razón de verosimilitud, a continuación, el detalle

El estadístico definido () sigue una distribución asintótica Ji cuadrada con un grado de libertad, por lo que la regla de decisión queda como sigue: rechazar la hipótesis nula () si , donde es el percentil de una distribución Ji cuadrada con un grado de libertad. En caso contrario no hay evidencia estadística suficiente para rechazar la hipótesis nula.

Para la implementación se consideran observaciones y se utilizan pérdidas y ganancias observadas en los días con horizonte de días, es decir, para cada , es la pérdida observada del portafolio entre los días y .

Para cada pérdida observada se utiliza la estimación del valor en riesgo al nivel de confianza , calculado con la metodología , con la información disponible hasta , y con horizonte de días, el cual se denota por .

Con las cantidades anteriormente descritas se calcula el estadístico , el cual es la base para calcular la prueba de Kupiec.

|  |
| --- |
| Área Técnica, Área Requirente  y Administrador del Contrato  **Act. Rubén Rodríguez Arellano**  Titular de la Coordinación de Administración de Riesgos Financieros |